

ANÁLISE DA INCERTEZA NA DETERMINAÇÃO DO RAIOS CRÍTICO DE GUINADA
UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE MONTE CARLOANALYSIS OF UNCERTAINTY IN THE DETERMINATION OF THE CRITICAL YAW
RADIUS USING MONTE CARLO SIMULATION**Isaac Newton Lima da Silva****Seção de Engenharia Legal. Instituto Geral de Perícias do Rio Grande do Sul, Brasil.**Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Brasil.***Éder Fernandes***Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Brasil.***Henrique Gonzaga***Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI, Brasil.*** Autor correspondente**e-mail: inls.perito@gmail.com*

Received 03 March 2024; received in revised form 06 April 2024; accepted 24 April 2024

RESUMO

Introdução: A velocidade de um veículo em curva pode ser estimada pela análise das marcas de guinada, que indicam sua orientação em torno do eixo vertical. Quando ultrapassa a "velocidade crítica", o veículo escorrega lateralmente, evidenciado pela oscilação dos pneus traseiros em relação aos dianteiros. **Objetivo:** Apresentar uma metodologia de reconstrução de acidentes de guinada, com análise das incertezas. **Métodos:** Utiliza-se um software de simulação de Monte Carlo para abordar as incertezas na determinação da velocidade crítica de guinada em veículos. O raio de curvatura é calculado considerando a corda, flecha média e bitola do veículo, enquanto a via é caracterizada pela superelevação negativa e coeficiente de atrito específico. A simulação modela variáveis de entrada com distribuições probabilísticas, analisando incertezas relacionadas a características da via, do veículo, condições ambientais e erros de medição. **Resultados:** Os resultados fornecem uma avaliação detalhada das incertezas envolvidas na determinação da velocidade crítica de guinada, destacando a importância de uma abordagem probabilística para garantir uma avaliação mais realista e confiável da segurança veicular. **Discussão:** Avaliar as incertezas de medição exige considerar o coeficiente de sensibilidade para garantir uma análise precisa e abrangente das fontes de incerteza. **Conclusões:** O estudo destaca a importância de analisar e controlar variáveis críticas, como raio de curvatura e coeficiente de atrito, para determinar com precisão a velocidade crítica de guinada e garantir medidas confiáveis de segurança veicular.

Palavras-chave: *Marca de guinada; Velocidade crítica; Guinada; Reconstrução de acidentes.*

ABSTRACT

Background: The speed of a vehicle in a curve can be estimated by analysing yaw marks, which indicate its orientation around the vertical axis. When it exceeds the "critical speed," the vehicle slides laterally, evidenced by the oscillation of the rear tires relative to the front ones. **Aim:** To present a methodology for reconstructing yaw accidents, with an analysis of uncertainties. **Methods:** This article uses Monte Carlo simulation software to address uncertainties in determining the critical yaw speed of vehicles. The radius of curvature is calculated considering the chord, average arrow, and vehicle gauge, while the road is characterized by negative superelevation and specific friction coefficient. The simulation models input variables with probabilistic distributions, analysing uncertainties related to road characteristics, vehicle properties, environmental conditions, and measurement errors. **Results:** The simulation results provide a detailed assessment of the uncertainties involved in determining the critical yaw speed, highlighting the importance of a probabilistic approach to ensure a more realistic and reliable assessment of vehicular safety. **Discussion:** When evaluating measurement uncertainties, it is essential to consider the sensitivity coefficient to ensure a precise and comprehensive analysis of uncertainty sources. **Conclusions:** This study highlights the importance of analysing and controlling critical variables, such as the radius of curvature and friction coefficient, to accurately determine the critical yaw speed and ensure reliable vehicular safety measures.

Keywords: *Yaw mark; Critical speed; Yaw; Accident reconstruction.*

1. INTRODUÇÃO:

Este artigo apresenta uma metodologia utilizada na reconstrução de acidentes envolvendo guinada, além de uma análise sobre as incertezas envolvidas. Um método comumente empregado para estimar a velocidade de um veículo em curva é a análise das marcas de guinada. A guinada refere-se à orientação de um veículo, indicando que mesmo está girando em torno de seu eixo vertical, enquanto se desloca ao longo de sua trajetória (Kwasnoski, 2003). Quando um veículo ultrapassa a "velocidade crítica", ele começa a escorregar lateralmente (Glennon, 2006). Nessa circunstância, os pneus traseiros oscilam até se afastarem mais do que os pneus dianteiros ao fazerem a curva para dentro (Johnson e Imwinkelried, 2019).

Usando um software específico baseado em simulação de Monte Carlo, o presente artigo aborda as incertezas relacionadas à determinação da velocidade crítica de guinada em veículos automotivos. O raio de curvatura da trajetória é calculado considerando a corda e a flecha média, com ajuste pela bitola do veículo, enquanto a via é caracterizada pela presença de superelevação negativa e um coeficiente de atrito específico para asfalto seco.

A simulação de Monte Carlo é empregada para modelar as variáveis de entrada com distribuições probabilísticas, permitindo uma análise abrangente das incertezas associadas ao processo de determinação da velocidade crítica de guinada. Diversos parâmetros são considerados, incluindo as características da via, as propriedades do veículo, as condições ambientais e os possíveis erros de medição.

Os resultados da simulação fornecem uma avaliação detalhada das incertezas envolvidas na determinação da velocidade crítica de guinada, destacando a importância de uma abordagem probabilística para garantir uma avaliação mais realista e confiável da segurança veicular. Essa análise aprofundada pode ser crucial para o desenvolvimento de estratégias de controle de estabilidade mais robustas e para a tomada de decisões mais informadas em relação à segurança automotiva.

A velocidade crítica de guinada, também conhecida como velocidade de derrapagem lateral crítica ou velocidade limite de curva, é um conceito importante na dinâmica veicular que representa a velocidade máxima em que um veículo pode curvar sem perder o controle e

derrapar. Em outras palavras, é a velocidade na qual a força centrífuga gerada pela curva se equilibra com a capacidade de aderência dos pneus ao pavimento.

Quando um veículo se desloca em uma curva, a força centrífuga tende a empurrá-lo para fora da trajetória curva, enquanto a força de aderência dos pneus ao solo (determinada pelo coeficiente de atrito entre os pneus e o pavimento) tenta manter o veículo na curva. A velocidade crítica de guinada é alcançada quando essas duas forças se equilibram, e o veículo começa a derrapar lateralmente (Struble e Struble, 2020).

O raio de curvatura da trajetória, a inclinação da pista (superelevação), as características dos pneus (coeficiente de atrito) e a distribuição de peso do veículo são alguns dos principais fatores que influenciam a velocidade crítica de guinada. É importante notar que a velocidade crítica de guinada pode variar de acordo com as condições do pavimento (seco, molhado, gelado), tornando-se um parâmetro essencial para a segurança veicular, especialmente em situações de condução em curvas ou manobras evasivas. Portanto, seu cálculo e compreensão são fundamentais para o desenvolvimento de sistemas de controle de estabilidade e para a condução segura de veículos.

Na expressão da velocidade crítica de guinada, μ representa a demanda de atrito entre os pneus e a estrada (fator de arrasto), g a aceleração da gravidade (m/s^2) e R o raio da trajetória de guinada (m).

$$V = \sqrt{\mu * g * R} \quad (\text{Eq. 1})$$

Ao considerarmos a superelevação das curvas da estrada, a equação se transforma em:

$$V = \sqrt{(\mu \pm e) * g * R} \quad (\text{Eq. 2})$$

Em que "e" seria a tangente do ângulo de superelevação. Além disso, o trecho pode ser de aclive ou declive, que pode ser considerado na expressão, da mesma forma anterior.

2. MATERIAIS E MÉTODOS:

2.1. Materiais

- Software: Niewtun® Crash Reconstruction Companion
- Veículo simulado: Pickup genérica de médio porte
- Superfície da estrada: Asfalto seco, livre de contaminação

2.2. Métodos

2.2.1. Obtenção do raio crítico de guinada

Medir o raio crítico a partir da corda e da flecha pode apresentar alguns problemas e limitações (Žuraulis, Levulyté e Sokolovskij, 2016) que são importantes considerar.

A precisão da medição da corda e da flecha pode não ser suficiente para determinar com exatidão o raio crítico, especialmente em curvas muito fechadas ou em situações com variações na superfície da pista, o que pode resultar em resultados inconsistentes na determinação do raio crítico devido à variação da flecha média ao longo da curva, especialmente em curvas não ideais ou em superfícies irregulares. Além disso, o tamanho do veículo pode influenciar a precisão da medição, levando a estimativas incorretas do raio crítico. Em curvas muito complexas ou com múltiplos pontos de referência na pista, as limitações na medição da corda e da flecha podem tornar o processo impraticável ou impreciso.

Portanto, é importante considerar esses problemas ao utilizar a medição da corda e da flecha para determinar o raio crítico, e pode ser necessário recorrer a métodos mais precisos e confiáveis, como o uso de equipamentos de medição apropriados ou a análise de dados de sensores embarcados no veículo.

Assim, neste trabalho nos propomos a analisar as incertezas nas diversas medidas presentes em eventos envolvendo derrapagem ou guinda, desde o processo de medição de "R", como na aplicação da Equação 2.

2.2.2. Determinação do "R" na fórmula da velocidade de guinada

A fim de aplicar a fórmula da velocidade crítica, é necessário que um especialista determine o raio (R) da marca de guinada. Para encontrar esse raio, o especialista deve medir a corda e a flecha média da marca.

O raio da marca de guinada é determinado medindo a corda "C" e a flecha

média "M" na marca de guinada. O raio de uma marca de guinada é encontrado pela seguinte equação:

$$R = \frac{C^2}{8*M} + \frac{M}{2} \quad (\text{Eq. 3})$$

Onde:

- R representa o raio da curva;
- C representa a corda;
- M representa a flecha média.

A equação para encontrar o raio de uma marca de guinada pode ser ajustada para levar em conta o tamanho do veículo:

$$R = R - \frac{B}{2} \quad (\text{Eq. 4})$$

Onde B é a bitola do veículo em questão.

2.2.3. Determinação do coeficiente de atrito

Na fórmula da velocidade crítica, o μ representa o coeficiente de atrito do veículo em relação à estrada. Para aplicar essa fórmula, é essencial que o especialista também determine o coeficiente específico para o veículo. O coeficiente de atrito representa a desaceleração dos pneus de um veículo ao deslizar sobre uma superfície.

Ao deslizar de uma superfície para outra, como do asfalto para a sujeira ou grama, as forças de arrasto podem sofrer alterações substanciais. Portanto, é necessário determinar o fator de arrasto para cada superfície envolvida na ação de guinada. No caso em estudo, considerou-se uma pickup média (genérica). A superfície asfáltica estava seca e livre de contaminações, em geral. Dessa forma, adotou-se um coeficiente de atrito próprio para os tipos de veículo e superfície da via como de 0,70 +/- 0,05 (Irueta, 1996; Fricke, 2010).

2.2.4. A incerteza nas medições

A incerteza nos valores das medidas produz incerteza no resultado final do cálculo através de um processo complicado de propagação. O método de Monte Carlo gera valores aleatórios, dentro da faixa de desvio para cada medida parcial envolvida, utilizando uma distribuição Gaussiana, de modo a trabalhar com as incertezas dos respectivos valores.

Quando as incertezas das fontes de

entrada do mensurando são correlacionadas, a incerteza-padrão combinada $uc(y)$ é estimada a partir da equação:

$$uc(y)^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 * u(x_i)^2 \quad (\text{Eq. 5})$$

Onde o primeiro termo da direita é conhecido por coeficientes de sensibilidade do mensurando (ao quadrado), e $u(x_i)$ é a incerteza da medição correspondente. Essa expressão é utilizada para o caso de entradas não correlacionadas (Bolton, 1996; GUM, 2008).

2.5. Estudo de caso

O estudo de caso em pauta foi adaptado de Daily *et al* (2006), na seção 13.7. Trata-se de uma derrapagem de uma pickup, ocorrida em 2003, em condição de curva severa à esquerda, em uma via cuja velocidade máxima era de 56 km/h. O acidente atendia às condições de velocidade crítica de guinada e, portanto, os modelos físicos aqui apresentados puderam ser utilizados. As medições obtidas no local dos fatos:

Na medição do raio crítico:

- Corda = 9,14 +/- 0,05 m;
- Flecha = 0,08 +/- 0,01 m;
- Bitola = 1,65 m.

Na velocidade:

- Atrito = 0,70 +/- 0,05;
- Inclinação = 10% ou 6° +/- 0,5°;
- Superelevação = 7% ou 4° +/- 0,5°.

Para realizar as análises aqui apresentadas, utilizamos o software Niewtun ® Crash Reconstruction Companion. O software realiza uma simulação de Monte Carlo com 10.000 iterações, o qual considera distribuição Gaussiana para as incertezas de entrada, buscando a incerteza combinada resultante, a partir das incertezas de cada medição indireta. A análise no cálculo do raio crítico é apresentada na Figura 1.

O procedimento de cálculo com o objetivo de determinar a faixa de velocidade de tráfego da pickup do caso em estudo, na iminência da saída da pista, utilizou a metodologia da velocidade crítica em derrapagem, conforme Equação 2. A análise no cálculo da velocidade de guinada é apresentada na Figura 2.

Resumo dos materiais utilizados:

1. Software: Niewtun ® Crash Reconstruction Companion;
2. Veículo: Pickup genérica de médio porte;
3. Superfície: asfalto seco, livre de contaminação;
4. Demais condições: conforme Daily *et al* (2006).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO:

3.1 Resultados

A análise no cálculo do raio crítico é apresentada na Figura 1. O procedimento de cálculo com o objetivo de determinar a faixa de velocidade de tráfego da pickup do caso em estudo, na iminência da saída da pista, utilizou a metodologia da velocidade crítica em derrapagem, conforme a Equação 2.

O Raio Crítico foi calculado em: $130.4 \pm 18.6(\text{m})$ para 95% de confiabilidade.

A análise no cálculo da velocidade de guinada é apresentada na Figura 2.

3.2. Discussões

Observa-se nas Tabelas 1 e 2 que, para melhorarmos o resultado no cálculo do raio crítico, antes teremos que melhorar a medição da flecha. Para a velocidade de guinada, a incerteza no raio crítico mostrou-se o termo mais significativo.

Embora o presente trabalho discuta um evento real, não há uma validação da velocidade exata do veículo, no momento da saída de pista, para confronto com a metodologia proposta. Em pesquisas futuras, é necessário abordar situações em que a velocidade real do veículo seja conhecida, permitindo a comparação dos resultados usando múltiplas metodologias. Esse enfoque visa proporcionar uma compreensão mais profunda dos fenômenos envolvidos em eventos de derrapagem e melhorar a precisão e a confiabilidade das técnicas de reconstrução de acidentes.

Essa análise aprofundada pode ser crucial para o desenvolvimento de estratégias de controle de estabilidade mais robustas e para a tomada de decisões mais informadas em relação à

segurança automotiva.

3.2.1. Trabalhos futuros

Embora o presente trabalho discuta um evento real, não há uma validação da velocidade exata do veículo, no momento da saída de pista, para confronto com a metodologia proposta. Em pesquisas futuras, é necessário abordar situações em que a velocidade real do veículo seja conhecida, permitindo a comparação dos resultados usando múltiplas metodologias. Esse enfoque visa proporcionar uma compreensão mais profunda dos fenômenos envolvidos em eventos de derrapagem e melhorar a precisão e a confiabilidade das técnicas de reconstrução de acidentes.

A inclusão no futuro de outras variáveis como condições climáticas, condições de manutenção do veículo e rodovia, comportamento do motorista também poderão ser computadas elevando a precisão do método.

4. CONCLUSÕES:

A determinação da incerteza e sensibilidade no cálculo da velocidade crítica de guinada é crucial para uma análise abrangente e precisa da segurança veicular em curvas e manobras críticas. Durante este estudo, foi possível identificar e quantificar as principais fontes de incerteza que influenciam a determinação da velocidade crítica, como o raio de curvatura da trajetória, a superelevação da pista, o coeficiente de atrito dos pneus e a superelevação.

Ao analisar a sensibilidade das variáveis envolvidas no cálculo da velocidade crítica, foi observado que certos parâmetros têm um impacto significativo na incerteza da medição, enquanto outros têm uma influência mais limitada. Isso destaca a importância de identificar e controlar adequadamente as variáveis mais sensíveis para garantir resultados de medição mais confiáveis e precisos.

Além disso, a abordagem probabilística adotada neste estudo, utilizando técnicas como a simulação de Monte Carlo, permitiu uma avaliação mais realista das incertezas associadas ao processo de determinação da velocidade crítica. Isso proporcionou percepções valiosas para uma correta interpretação do evento, em investigações forenses de acidentes automobilísticos envolvendo guinada.

Em conclusão, a análise da incerteza e sensibilidade no cálculo da velocidade crítica de guinada é essencial para a investigação de acidentes de trânsito envolvendo eventos com derrapagem. Este estudo destaca a importância de uma abordagem abrangente e rigorosa na avaliação das incertezas de medição, visando melhorar continuamente os padrões de relatórios técnicos de ocorrências de trânsito. Ademais, o software e a metodologia aqui adotados possibilitaram a apresentação cientificamente correta e rigorosa dos dados.

5. DECLARAÇÕES

5.1. Limitações do Estudo

Os autores reconhecem algumas limitações deste estudo, especialmente variáveis que não foram levadas em consideração na modelagem matemática, de tal forma que ressaltamos:

- O estudo de caso é baseado em um único acidente envolvendo uma pickup, o que aponta a necessidade de ajustes para outros casos envolvendo outros tipos de veículos ou cenários de acidentes.
- As variáveis de entrada para a simulação de Monte Carlo, como o coeficiente de atrito e os ângulos de inclinação e superelevação, possuem limites e podem não representar todas as condições possíveis encontradas em acidentes reais.
- A precisão das medições da corda e da flecha utilizadas para calcular o raio crítico não é discutida em detalhes, o que pode afetar a incerteza dos resultados.
- O estudo se concentra principalmente na análise de incerteza e sensibilidade, mas não aborda extensivamente a validação do modelo ou a comparação com dados experimentais.
- O estudo não considera a influência de fatores ambientais, como vento, chuva ou visibilidade reduzida, que podem afetar a dinâmica do veículo e a ocorrência de acidentes.
- A aplicabilidade da metodologia proposta para a reconstrução de acidentes pode ser limitada em casos onde as marcas de derrapagem não estão claramente visíveis ou são difíceis de medir com precisão.
- O estudo não aborda as implicações legais ou as considerações práticas relacionadas

ao uso da análise de incerteza na reconstrução de acidentes para fins forenses ou de segurança viária.

- A metodologia apresentada requer conhecimentos especializados e software específico, o que pode limitar sua adoção generalizada por profissionais da área de reconstrução de acidentes.

5.2. Fonte de financiamento

Esta pesquisa foi financiada pelos autores.

5.3. Conflitos de Interesse

Não há conflito de interesse a declarar.

5.4. Open Access

Este artigo está licenciado sob uma Licença Internacional Creative Commons Atribuição 4.0 (CC BY 4.0), que permite o uso, compartilhamento, adaptação, distribuição e reprodução em qualquer meio ou formato, desde que você dê o devido crédito ao (s) autor (es) original (is) e a fonte, forneça um link para a licença Creative Commons e indique se foram feitas alterações. As imagens ou outro material de terceiros neste artigo estão incluídos na licença Creative Commons do artigo, a menos que indicado de outra forma em uma linha de crédito para o material. Se o material não estiver incluído na licença Creative Commons do artigo e seu uso pretendido não for permitido por regulamentação legal ou exceder o uso permitido, você precisará obter permissão diretamente do detentor dos direitos autorais. Para ver uma cópia desta licença, visite <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

6. REFERÊNCIAS:

1. Kwasnoski, John (2003). Crash reconstruction basics for prosecutors:

targeting hardcore impaired drivers. *National District Attorneys Association*, 1(21).

2. Glennon, C. J. (2006). Calculating Critical Speed - A Motor-vehicle crash Reconstruction Method Fraught with Error. Retrieved from <http://crashforensics.com>.
3. Johnson, Elliot, Imwinkelried, E. J. (2019). Forensics Commentary Accident Reconstruction: The Estimation of Speed Based on Yaw Mark Analysis. *Criminal Law Bulletin*, 55(3).
4. Struble, D. E., Struble, J. D. (2020). Automotive Accident Reconstruction. CRC Press.
5. Žuraulis, V., Levulytė, L., Sokolovskij, E. (2016). Vehicle Speed Prediction from Yaw Marks Using Photogrammetry of Image of Traffic Accident Scene. *In Procedia Engineering* (Vol. 134, pp. 89–94). Elsevier BV.
6. Fricke, B. L. (2010). B. Traffic Crash Reconstruction. *Northwestern University Center for Public Safety*.
7. Irureta, A. V. (1996). Accidentologia Vial y Pericia. *Ediciones La Rocca*.
8. Bolton, W. (1996). Instrumentação e Controle. Ed. Hemus.
9. Avaliação de dados de medição: Guia para a expressão de incerteza de medição – GUM 2008. INMETRO/CICMA/SEPIN.
10. Daily, J., Shigemura N., Daily, J. (2006). Fundamentals of Traffic Crash Reconstruction. *Institute of Police Technology*.

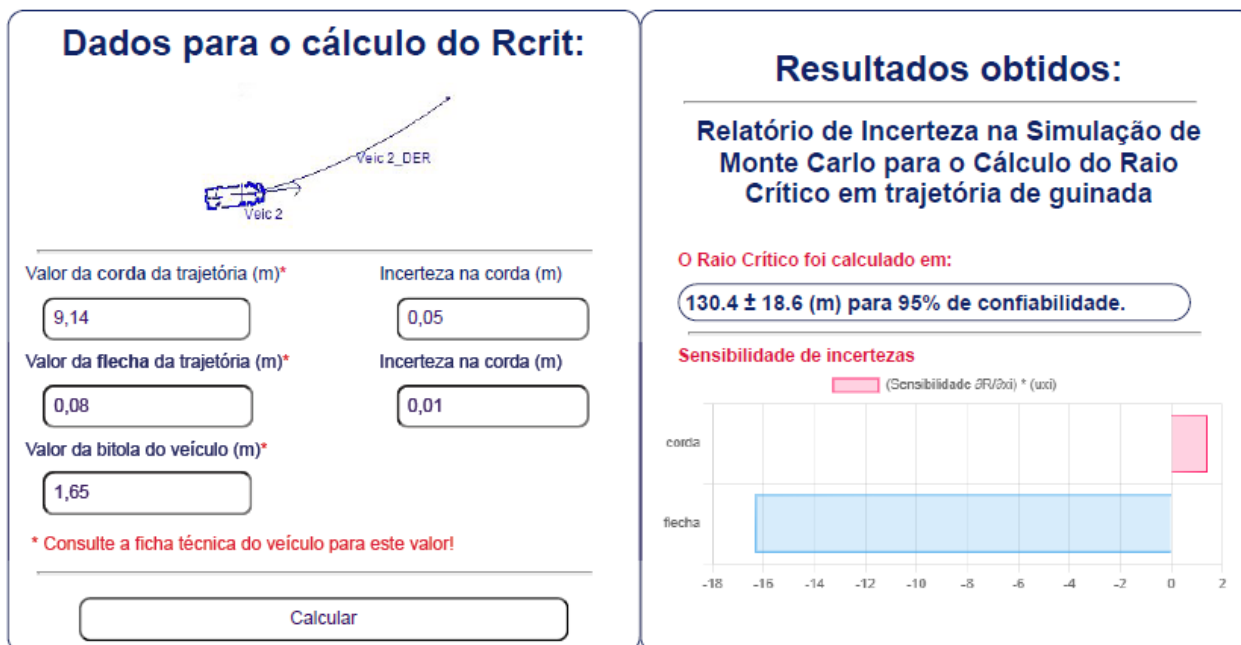


Figura 1. Resultado da incerteza no raio crítico de guinada calculado, para as incertezas parciais utilizadas. Fonte: o autor

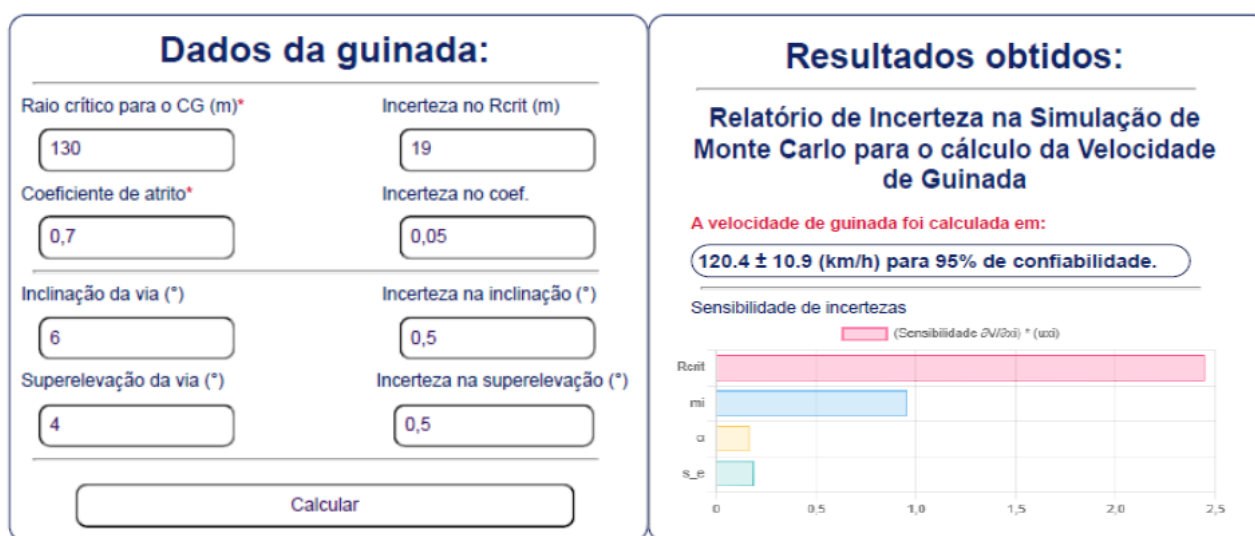


Figura 2. Resultado da incerteza na velocidade de guinada calculada, para as incertezas parciais utilizadas. Fonte: o autor

Tabela 1: No cálculo do raio crítico.

Grandeza	Coefficiente de sensibilidade $\partial R / \partial x_i$	Incerteza $u(x_i)$	Produto
Corda	28.56	0.05	1.428
Flecha	-1631.10	0.01	-16.311

Tabela 2: No cálculo da velocidade de guinada.

Grandeza	Coefficiente de sensibilidade $\partial V / \partial x_i$	Incerteza $u(x_i)$	Produto
Rcritico	0.13	19	2.446
Coef. Atrito	19.12	0.05	0.956
Inclinação	0.34	0.5	0.169
Superelevação	0.38	0.5	0.188